



KRYTERIA DEFINICYJNE NIŻÓWKI I ICH WPŁYW NA WŁASNOŚCI CHARAKTERYSTYK NIŻÓWKI.

1. STACJONARNOŚĆ NIŻÓWEK

Stanisław Węglarczyk
Politechnika Krakowska

DROUGHT DEFINITION CRITERIA AND THEIR INFLUENCE ON THE DROUGHT CHARACTERISTICS

1. DROUGHT STATIONARITY

Streszczenie

Na podstawie 4 serii czasowych przepływów dobowych z okresu 49 lat w zlewni Małej Wisły zbadano wpływ przyjętej definicji niżówki typu POT na stacjonarność szeregów czasowych 4 charakterystyk niżówki: czasu początku niżówki, czasu τ pomiędzy kolejnymi niżówkami, czasu T trwania niżówki i deficytu V niżówki oraz na średnie wartości tych charakterystyk. Definicja niżówki obejmowała 3 parametry: p , T_{min} i τ_{min} , tj. gwarancję (procentowy czas przewyższenia) p przepływu granicznego Q_p ($p = 60, 70, 80$ i 90%), minimalny czas T_{min} trwania niżówki oraz minimalny czas τ_{min} pomiędzy kolejnymi niżówkami; $(T_{min}, \tau_{min}) = (7;7), (14;7)$ oraz $(14;14)$ dni. Średnie charakterystyki wykazywały na ogół regularną (niekiedy bardzo regularną) zależność od gwarancji p przepływu granicznego. Wykazano, że średnia miesięczna liczba początków niżówki ma wyraźne minimum w marcu oraz, że dla szeregów czasowych pozostałych charakterystyk, tj. τ , T i V hipoteza o stacjonarności może zostać przyjęta w większości badanych przypadków.

Słowa kluczowe: niżówka, stacjonarność, czas początku niżówki, czasu pomiędzy kolejnymi niżówkami, czas trwania niżówki, deficyt niżówki

Summary

Basing on four 49-year time series of daily flows in the Mała Wisła catchment, the influence of the adopted POT-type drought definition on the stationarity of four drought characteristics: drought starting time, inter-drought time τ , duration T and deficit V , as well as their mean characteristics were investigated. The drought definition depended on three parameters: p , T_{min} and τ_{min} , i.e., the mean percent exceedance time of the given threshold flow Q_p ($p = 60, 70, 80$ i 90%), minimum drought duration T_{min} and minimum inter-drought time τ_{min} ; $(T_{min}, \tau_{min}) = (7;7), (14;7)$ and $(14;14)$ days. The mean characteristics exhibited regular (in some cases very regular) dependence on p . It was shown that the monthly average number of drought starting times has clear minimum in March, and the null hypothesis on the zero slope value of the time regression for the remaining three characteristics, τ , T and V may be accepted in most cases.

Key words: *drought, stationarity, drought starting time, inter-drought time, drought duration, drought deficit*

WSTĘP

Susza hydrologiczna jest generalnie identyfikowana z okresem niskich przepływów. Okres ten, zwany zwykle niżówką, jest wiązany z nieprzerwanym ciągiem przepływów Q , zwykle dobowych, niższych od przyjętej arbitralnie wartości progowej Q_g , zwanej też przepływem granicznym. Niżówka jest procesem losowym ze swojej natury i wielowymiarowym, co powoduje, że jest on bardzo złożony, a więc trudny do zadowalającego w sensie aplikacyjnym modelowania. Dodatkową komplikacją jest fakt, że niżówka (jak i powódź) jest kategorią subiektywną i w związku z tym nie istnieje jedna definicja tego procesu. Ponadto, brak jest także szeroko uzgodnionych metod analizy niżówek (i w ogólności suszy). Skutki tego (tj. braku uzgodnionej definicji niżówki i metody/metod jej analizy) mogą być poważne, gdyż w zależności od przyjętej definicji niżówki – choćby od przyjętej wartości przepływu granicznego – otrzymać można bardzo różniące się od siebie ilościowo i jakościowo rozwiązania, co z kolei może finalnie prowadzić do błędnych decyzji wodnogospodarczych.

Wielowymiarowość niżówki może być rozumiana poprzez cztery jej charakterystyki: czas początku niżówki, czas pomiędzy kolejnymi niżówkami, czas trwania niżówki oraz niedobór (deficyt) niżówki rozumiany jako objętość wody, której w okresie trwania niżówki brakowało do zapewnienia przepływu granicznego (progowego). Przepływ graniczny jest pierwszym kryterium definicyjnym

niżówki i najczęściej przyjmowany jest jako wartość stała w ciągu roku. Czas początku niżówki jest ważny szczególnie wtedy, gdy dokonywany jest podział niżówki według sezonów (najczęściej: lato/zima). W przypadku, gdy sezonowość nie jest brana pod uwagę, charakterystyka ta zwykle nie wchodzi w zakres analizy niżówki.

Pierwszym kryterium definicyjnym niżówki jest wartość graniczna Q_g . Wartość ta jest najczęściej kwantylem Q_p rzędu p brany z wieloletniej krzywej czasu przewyższenia przepływu. Zbiór stosowanych wartości p (zwanych też gwarancją przepływu) obejmuje prawdopodobieństwa przekroczenia 60, 70, 80 i 90%; można też spotkać inne, np. 95%. Przykłady można znaleźć choćby w pracach takich autorów, jak Zelenhasić E. i Salvai A. (1987), Tallaksen L. M. i Hisdal H. (1997), Stahl K. (2001), Fleig A. (2004), Jakubowski W. (2011), Kaznowska E. i Banasik K. (2011), Tallaksen L. M., Stahl K. i Wong G. (2011), Tomaszewski E. (2011), czy Tokarczyk T. (2013).

Drugą kwestią jest wybór metody obliczania charakterystyk niżówek. Istnieją dwie główne metody w tym zakresie, nazywane w niniejszej pracy skrótowo POT i SPA (Tallaksen L. M. i in. 1997).

Metoda pierwsza, POT, (*peak over threshold*, nazwa myląca, pochodząca z analizy maksimów przepływów), w swojej ideowej postaci definiuje niżówkę jako okres czasu, w ciągu którego przepływ utrzymuje się poniżej zadanej granicznej wartości. Deficyt niżówki jest liczony jako suma kolejnych objętości różnic $(Q_g - Q_t)\Delta t$ ($\Delta t = 1$ doba) wody w czasie $t = 1, 2, \dots, T$, gdzie T jest czasem trwania danej niżówki. W wyniku zastosowania tego kryterium pojawiają się niżówki bliskie czasowo (czas τ pomiędzy kolejnymi niżówkami rzędu kilku dni). Są one zwykle uważane za niżówki zależne i łączone w jedną. Powstaje też wiele niżówek o krótkich czasach trwania i małych objętościach deficytu, które zwykle są na podstawie przyjętego dodatkowego kryterium usuwane z badanego szeregu czasowego. Kryteria łączenia i usuwania są subiektywne.

Metoda druga, SPA, (*sequent peak algorithm*), wywodzi się z problematyki szacowania pojemności zbiornika retencyjnego. Początek niżówki jest określany tak samo jak w metodzie POT: jest to moment czasu t (na ogół doba) w którym przepływ $Q_t \leq Q_g$ (i, oczywiście, $Q_{t-1} > Q_g$). Różnica $Q_t - Q_g$ jest sumowana w kolejnych dobach i niżówka typu SPA kończy się wtedy, uzyskana suma przestanie być dodatnia, tj. gdy maksymalny deficyt niżówki zostanie wypełniony przepływem. Czas trwania niżówki jest zdefiniowany jako czas do maksymalnej wartości deficytu. Metoda ta również daje pewną liczbę małych niżówek, stąd zwykle dodawane jest dodatkowe kryterium.

Celem pracy – zaplanowanej w trzech częściach – jest analiza wpływu przyjętej definicji niżówki typu POT na własności niżówki na przykładzie przepływów obserwowanych w kilku przekrojach wodowskazowych w zlewni

górskiej, jaką jest zlewnia Małej Wisły do zbiornika Goczalkowice. Definicja ta oparta jest na trójce wartości (p , T_{min} , τ_{min}) przebiegających zadane wartości. Zakres niniejszej pracy, tj. części pierwszej całości, obejmuje analizę stacjonarności niżówek.

DANE I METODA

Dane, na podstawie których została przeprowadzona analiza, obejmowały 17 898 dobowych przepływów z okresu 49 lat, od 1.11.1955 r. do 31.10.2004 r., zarejestrowanych przez IMGW w czterech przekrojach wodowskazowych w zlewni Małej Wisły: Wisła, Ustroń i Skoczów na Wiśle oraz Górki Wielkie na Brennicy, prawym dopływie Wisły. Podstawowe charakterystyki przepływów zamieszczone są w tabeli 1.

Tabela 1. Wybrane informacje o badanych serii przepływów dobowych
Table 1. Basic information on the investigated time series

| Charakterystyka | Rzeka/wodowskaz | | | |
|---|-----------------|------------------|----------------------------|-------------------|
| | Wisła/Wisła | Wisła/ Ustroń | Brennica/ Górki Wielkie | Wisła/ Skoczów |
| Powierzchnia, km ² (*) | 54,6 | 107,5 | 81,8 | 296,1 |
| Kilometraż wodowskazu (*) | 94 | 86,5 | 73,9 | 71,1 |
| NNQ, m ³ /s | 0,05 | 0,12 | 0,04 | 0,08 |
| SNQ, m ³ /s | 0,164 | 0,351 | 0,283 | 0,672 |
| SSQ, m ³ /s | 1,36 | 2,65 | 1,89 | 6,21 |
| WWQ, m ³ /s | 62,8 | 123 | 249 | 274 |
| Średni spływ jednostkowy, SSq, l/(s×km ²) | 24,9 | 24,7 | 23,1 | 21,0 |
| C_V | 1,677 | 1,468 | 1,969 | 1,687 |
| C_S | 8,18 | 10,14 | 24,87 | 9,03 |

(*) za: Bojarski A. i in. (2012)

Dla każdej wartości progowej Q_g ustalany był początek t_p kolejnych okresów $Q < Q_p$, obliczane były ich czasy trwania T , czas pomiędzy kolejnymi niżówkami τ oraz objętość V niedoboru przepływu w okresie T rozumiana jako

$$V = \sum_{i=1}^T (Q_g - Q_i) \quad (1)$$

W ten sposób zdefiniowana została „surowa” niżówka jako wieloletni ciąg wartości zmiennych t_p , T , τ i V dla danej ustalonej wartości Q_g . Dalszy etap obej-

mował usunięcie lub łączenie niektórych surowych niżówek. Zbyt krótkie czasy trwania T są bowiem nieistotne z punktu widzenia niedoborów wody, a zbyt krótkie czasy pomiędzy kolejnymi niżówkami τ sugerują ich zależność (Tallaksen L. M. i in. 1997). Ponieważ nie jest ustalone znaczenie terminu „zbyt krótki”, konieczna jest decyzja w tym zakresie. Obejmowała ona przyjęcie dwu wartości minimalnych definiujących nowy ciąg niżówek. Pierwsza wartość to minimalny czas trwania niżówki, T_{min} , rozumiany jako najkrótszy czas trwania surowej niżówki nie powodujący jej usunięcia z ciągu surowych niżówek. Drugą wartością jest najkrótszy czas, τ_{min} , pomiędzy kolejnymi surowymi niżówkami nie powodującego ich łączenia w jedną. Wartości te definiują nową niżówkę w postaci 4-wymiarowej warunkowej zmiennej losowej (t_p, T, τ i V) dla ustalonych wartości kryterialnych Q_g, T_{min} i τ_{min} . Z czterech wymienionych charakterystyk najważniejsze w praktyce są czas trwania niżówki T i deficyt V .

Do dalszej analizy przyjęta została (najczęściej stosowana) metoda POT, cztery wartości progowe $Q_g \equiv Q_p, p = 60, 70, 80$ i 90% oraz trzy pary wartości (T_{min}, τ_{min}): (7;7), (14;7) i (14;14), wszystkie wartości w dobach. Łącznie wartości te dawały $4 \times 3 = 12$ definicji niżówki.

Zagadnieniem podstawowym dla dalszego badania własności niżówek jest ustalenie na samym początku analizy, czy ich własności zmieniają się w czasie, czy też można przyjąć ich niezależność od czasu (stacjonarność). W zagadnienie to wchodzi dwie kwestie: zmienność śródroczna (sezonowość) oraz międzyroczna.

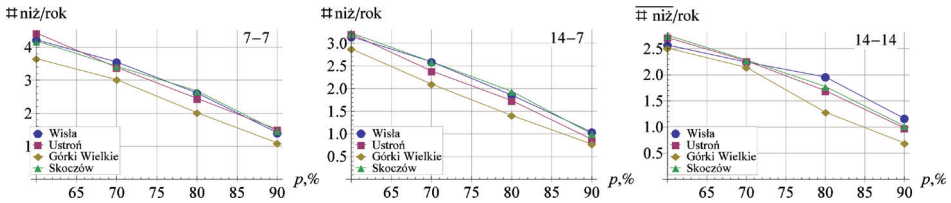
Pierwsza zmienność była badana dla średniej liczby niżówek na miesiąc rozpoczynających się w danym miesiącu. Zmienność druga badano dla zmiennych τ, T i V za pomocą testu hipotezy zerowej $H_0(a=0)$ na zerowość współczynnika kierunkowego a prostej regresji $x = a \cdot t + b, x = \tau, T$ lub $V, t = 1, 2, \dots, 49$. Wynikiem testu była wartość p, p_v , testu. Wartość p_v mniejsza od 5% sugerowała odrzucenie hipotezy zerowej, co oznaczało przyjęcie niestacjonarności badanego szeregu czasowego.

Pierwsza część niniejszej pracy obejmuje analizę wpływu definicji niżówki na średnią liczebność niżówek w roku oraz na średnie wartości czasu pomiędzy niżówkami, średnie wartości czasu trwania niżówki i średnie wartości deficytu niżówki; w części drugiej badana jest stacjonarność pozostałych charakterystyk niżówki, tj. czasu pomiędzy kolejnymi niżówkami, czasu trwania niżówki oraz deficytu niżówki.

WPLYW DEFINICJI NIŻÓWKI NA UŚREDNIONE WARTOŚCI JEJ NIEKTÓRYCH CHARAKTERYSTYK

Rys. 1 ilustruje zmienność średniej liczby niżówek w roku w zależności od definicji niżówki dla 4 badanych przekrojów i 4 przepływów granicznych

Q_p . Zmienność ta jest w funkcji p bardzo regularna, o nachyleniu malejącym dla kolejnych par $(T_{min}, \tau_{min}) = (7-7, 14-7, 14-14)$. Średnia liczba niżówek dla trzech wodowskazów na Wiśle wykazuje bardzo zbliżone wartości; wodowskaz na Brennej wyraźnie odstaje, co może sugerować pewną odrębność tej zlewni w zakresie formowania odpływu. Przyjmowanie kolejnych par (T_{min}, τ_{min}) powoduje zmniejszanie średniej liczby niżówek w roku o około 0,5-1 niżówki na zmianę dwukrotny wzrost T_{min} lub τ_{min} .



Rysunek 1. Średnia liczba niżówek w roku w zależności od względnego średniego w roku czasu p przekroczenia (gwarancji) przepływu progowego Q_p dla przyjętych trzech par wartości (T_{min}, τ_{min}) .

Figure 1. Mean number of droughts per year versus mean percent time p of exceedance of the threshold flow Q_p for the three adopted pairs of values of (T_{min}, τ_{min}) .

Na rys. 2 pokazana jest zmienność średnich trzech głównych charakterystyk niżówki: średniego czasu pomiędzy kolejnymi niżówkami, średniego czasu trwania niżówki oraz średniego deficytu niżówki w zależności od definicji (p, T_{min}, τ_{min}) niżówki dla 4 badanych przekrojów. Wysoką regularność tej zmienności w funkcji p wykazują i mniej regularna jest zmienność średniego czasu trwania niżówki, szczególnie dla wodowskazu Górki Wielkie na Brennicy. Zmienność z p jest nieliniowa, zmienność jest wyraźnie liniowa; to samo, co dla (w przybliżeniu i z wyjątkiem wodowskazu Górki Wielkie) ma miejsce dla .

Dwukrotnie zwiększenie minimalnego czasu trwania, T_{min} , spowodowało spadek – w zależności od przyjętego przepływu granicznego – o kilka-kilkanaście dni. Czas pomiędzy kolejnymi niżówkami wydłużył się od ok. dwudziestu dni dla $p = 60\%$ i wszystkich wodowskazów, do ok. 50-150 dni dla $p = 90\%$. Linie średniego deficytu niżówki układają się w porządku malejącej powierzchni zlewni: od największej dla wodowskazu Skoczów do najmniejszej dla wodowskazu Wisła.

SEZONOWOŚĆ CZASU POCZĄTKU NIŻÓWKI

Pierwszą badaną kwestią był problem stacjonarności czasu początku niżówki. Na rys. 3 przedstawione zostały przykładowo, dla przekroju wodowskazowego Wisła, rozkłady średniej liczby początków niżówek (a więc i średniej liczby niżówek) na miesiąc rozpoczynających się w kolejnych miesiącach roku hydrologicznego dla przyjętych wartości gwarancji p przepływu progowego Q_p oraz dla trzech par wartości (T_{min}, τ_{min}) .

To, co jest wspólne dla wszystkich wykresów na rys. 3, to wyraźnie widoczne minimum globalne w marcu. Nie zależy ono ani od gwarancji p ani od przyjętych wartości (T_{min}, τ_{min}) . Dokładnie taka sama sytuacja ma miejsce dla następnego wodowskazu, tj. Ustronia. W przypadku Górek Wielkich na Brennicy, minimum przesuwa się z p z marca na kwiecień, choć, szczególnie dla pary $(T_{min}, \tau_{min}) = 14-14$, minimum z marca przesuwa się na luty.

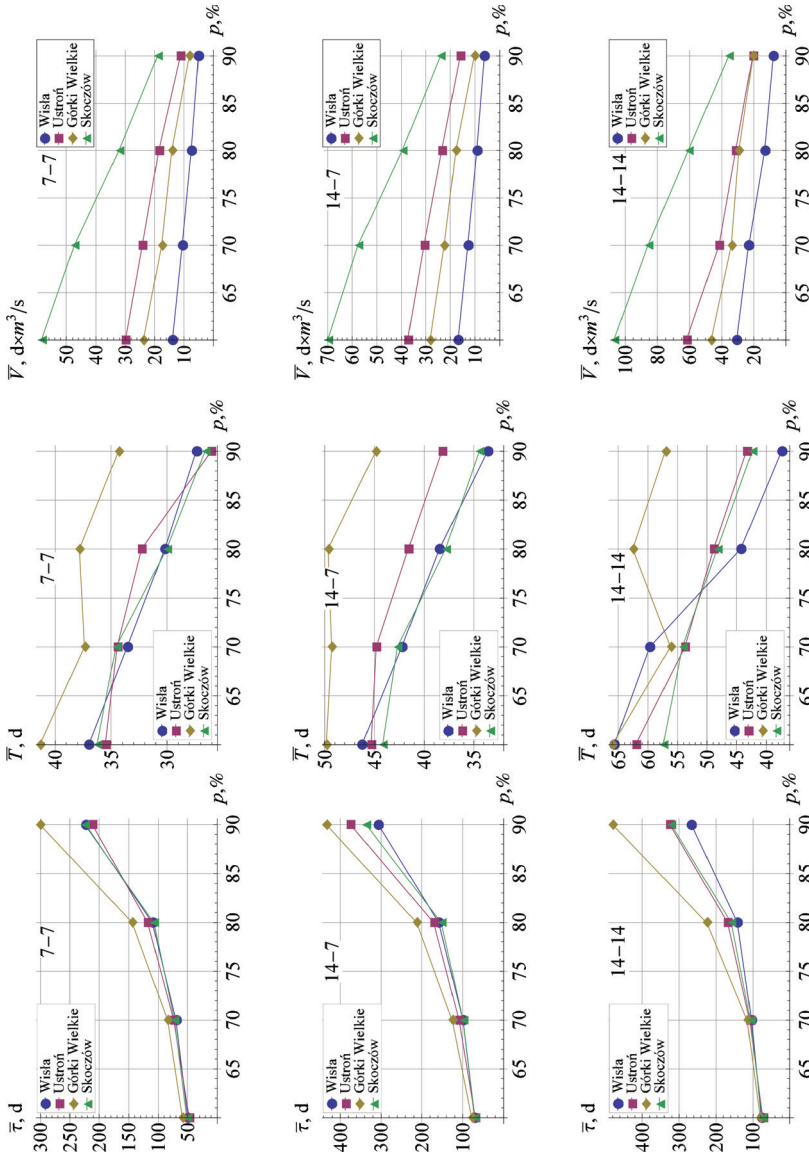
Najbardziej "produktywnymi" miesiącami są lipiec i wrzesień, szczególnie dla wysokich p ; dla niskich p (60%, 70%) maksima średnich liczebności początków niżówek przesuwiają się nawet na maj. Generalnie można stwierdzić, że zmienność tej liczby w ciągu roku rośnie z p niezależnie od badanego wodowskazu i przyjętej pary wartości (T_{min}, τ_{min}) .

Najważniejszą informacją, jaką dostarcza rys. 3 i podobne rysunki dla pozostałych wodowskazów, jest sezonowość średniej liczebności niżówek z minimum głównie w marcu.

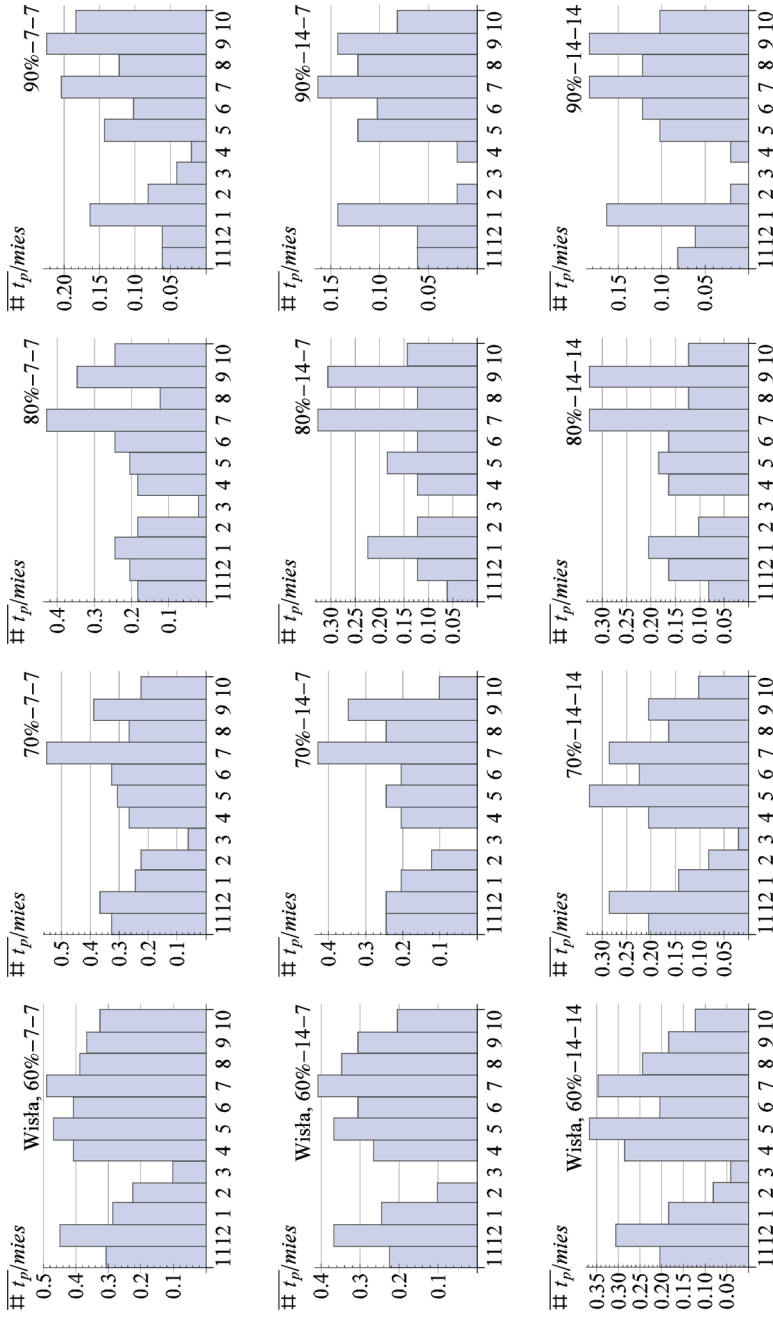
STACJONARNOŚĆ CZASÓW POMIĘDZY KOLEJNYMI NIŻÓWKAMI, CZASÓW TRWANIA NIŻÓWKI ORAZ DEFICYTÓW NIŻÓWKI

Następną badaną kwestią była stacjonarność szeregów czasowych trzech charakterystyk: czasów τ pomiędzy kolejnymi niżówkami, czasów T trwania niżówki oraz deficytów V niżówki. Przykładową zmienność tych charakterystyk w badanym 49-letnim okresie dla wodowskazu Wisła i czasów $(T_{min}, \tau_{min}) = (14, 14)$ dob przedstawia rys. 4.

Dla każdej definicji (p, T_{min}, τ_{min}) niżówki badana była stacjonarność tak zdefiniowanego szeregu czasowego danej charakterystyki niżówki poprzez testowania hipotezy $H_0(a=0)$ o zerowej wartości współczynnika kierunkowego regresji liniowej badanej zmiennej względem czasu. Obliczone wartości prawdopodobieństwa testowego (wartości p, p_v) są przedstawione na rys. 5 dla wszystkich badanych definicji, wszystkich wodowskazów i wszystkich zmiennych.

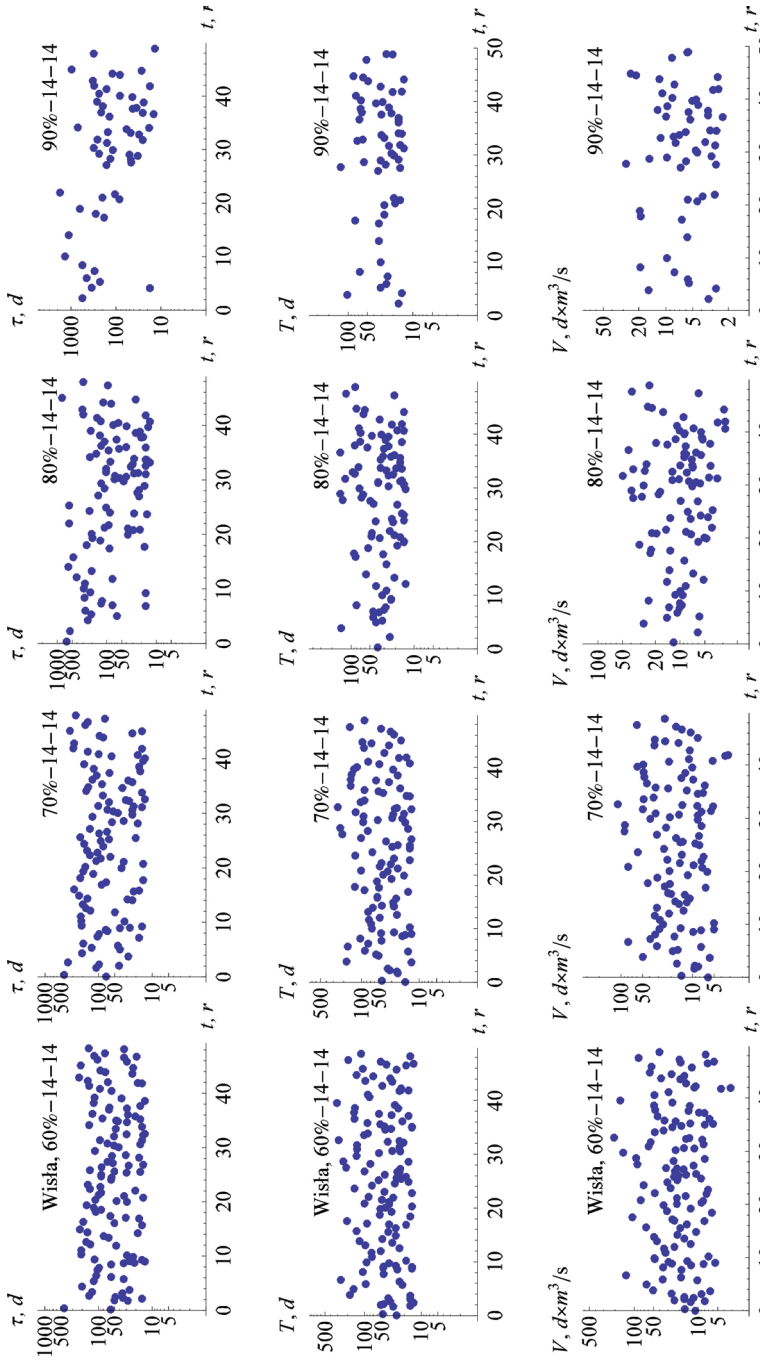


Rysunek 2. Średni czas pomiędzy kolejnymi niżówkami średni czas trwania niżówkami oraz średni deficyt niżówki w zależności od względnego średniego w roku czasu p przekroczenia przepływu progowego Q_p dla przyjętych trzech par wartości (T_{min} , τ_{min}).
Figure 2. Mean time between successive droughts mean duration of drought and mean drought deficit versus mean percent time p of exceedance per year of the threshold flow Q_p for the three adopted pairs of values (T_{min} , τ_{min}).



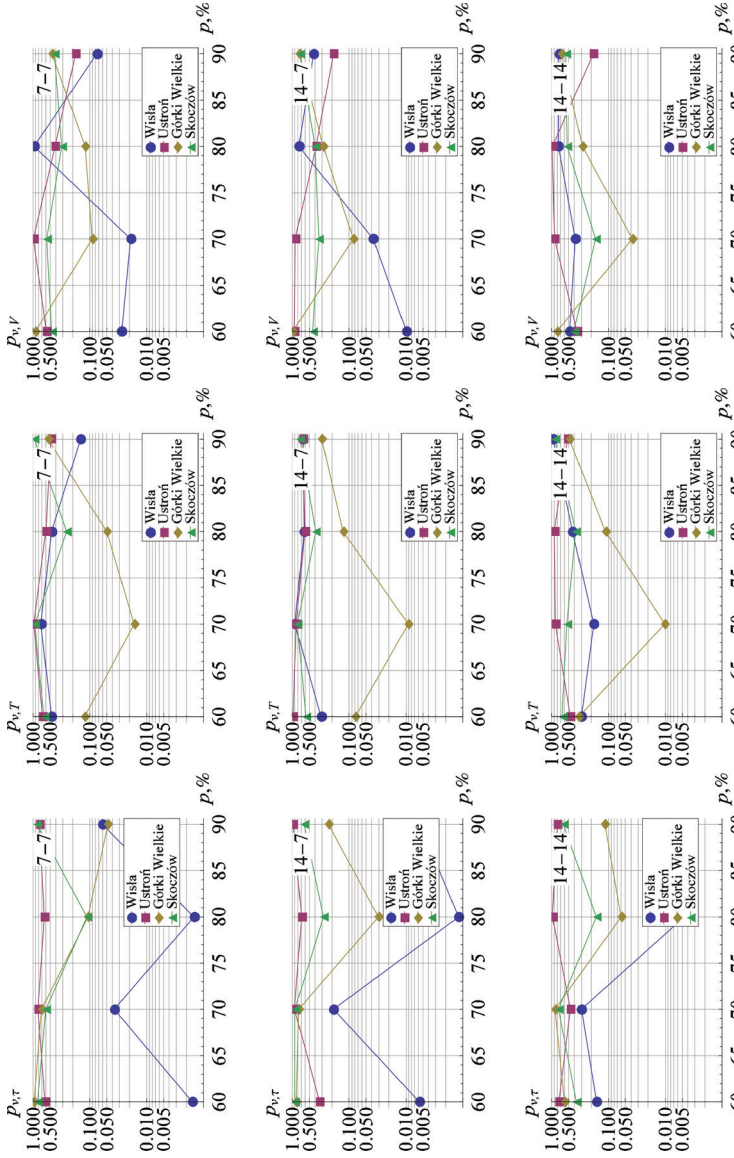
Rysunek 3. Rozkład w roku hydrologicznym średniej liczby niżówek na miesiąc rozpoczynających się w danym miesiącu w przekroju wodowskazowym Wisła dla przyjętych wartości procentowego średniego w roku czasu p przekroczenia przepływu progowego Q_p i dla przyjętych trzech par wartości $(T_{min}^p, \tau_{min}^p)$.

Figure 3. Distribution of mean monthly number of exceedances of droughts in a given month at the Wisła cross-section for mean percentage time p of exceedance of the threshold flow Q_p and for the three adopted pairs of values of $(T_{min}^p, \tau_{min}^p)$.



Rysunek 4. Szeregi czasowe czasów τ pomiędzy kolejnymi niżówkami, czasów trwania niżówek T oraz deficytów niżówki V w zależności od początku t niżówki (r oznacza rok) dla zadanych wartości względnej średniego w roku czasu p przekroczenia przepływu progowego Q_p i przyjętych wartości (T_{min}, τ_{min}).

Figure 4. Time series of time τ between successive droughts, drought duration T , and drought deficit V versus drought starting time t (in years) for the given mean time p of exceedance per year of the threshold flow Q_p and the adopted values of (T_{min}, τ_{min}).



Rysunek 5. Wartości p_v testu hipotezy $H_0(\alpha=0)$ o stacjonarności szeregu czasowego czasów τ pomiędzy kolejnymi niżówkami, czasów T trwania niżówki oraz deficytów V niżówki w zależności od względnego średniego w roku czasu p przekroczenia

przeptywu progowego Q_p dla 3 przyjętych par wartości (T_{min}, τ_{min}) . **Figure 5.** p-values of test of null hypothesis $H_0(\alpha=0)$ about stationarity of time series of the time τ between successive droughts, drought duration T , and drought deficit V versus mean time p of exceedance per year of the threshold flow Q_p for the three adopted pairs of values (T_{min}, τ_{min}) .

W większości (tj. w 126 na 144) przypadków wartości p_v były większe od 5%, co pozwalało na akceptację hipotezy o stacjonarności badanego szeregu czasowego. Spośród pozostałych 18 przypadków 10 wykazywało niestacjonarność na poziomie $p_v > 1\%$, reszta – na niższym niż 1%. Dziesięć przypadków niestacjonarności dotyczyło czasu τ pomiędzy kolejnymi niżówkami, pięć – deficytu V niżówki, trzy – jej czasu trwania T . Dwanaście przypadków niestacjonarności związanych było z wodowskazem Wisła, sześć – z wodowskazem Górki Wielkie na Brennej. Niżówki w pozostałych dwu wodowskazach (Ustroń i Skoczów) nie wykazywały niestacjonarności.

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Na podstawie trzech kryteriów definicyjnych niżówki: przepływu granicznego Q_p , $p = 60, 70, 80$ i 90% , minimalnego czasu trwania niżówki T_{min} i minimalnego czasu pomiędzy kolejnymi niżówkami τ_{min} , $(T_{min}, \tau_{min}) = (7;7), (14;7)$ i $(14,14)$, co daje łącznie 12 definicji, oraz 49-letnich ciągów przepływów dobowych w czterech przekrojach wodowskazowych w zlewni Małej Wisły, zbadano wpływ definicji niżówki na jej średnie charakterystyki, tj. średnią liczbę niżówek w roku, średni czas pomiędzy kolejnymi niżówkami, średni czas trwania niżówki oraz średni deficyt niżówki oraz na stacjonarność średniej miesięcznej liczby niżówek oraz szeregów czasowych czasu τ pomiędzy kolejnymi niżówkami, czasu trwania T oraz deficytu V niżówki.

Średnie charakterystyki wykazywały na ogół regularną (niekiedy bardzo regularną) zależność od gwarancji p przepływu granicznego. Średnia miesięczna liczba niżówek wykazywała wyraźne minimum globalne w marcu, niezależne ani od gwarancji p ani od przyjętych wartości (T_{min}, τ_{min}) . W nielicznych przypadkach przesunęło się ono na luty bądź kwiecień.

Badanie stacjonarności pozostałych charakterystyk wykazało w większości przypadków (dla wodowskazów Ustroń i Skoczów w 100%) brak podstaw do odrzucenia hipotezy o zerowości kierunkowego współczynnika regresji zmiennych względem czasu. Najwięcej przypadków odrzucenia hipotezy zerowej miało miejsce dla czasu τ oraz dla wodowskazu Wisła.

Praca została wykonana w ramach tematu Ś-1/378/2013/DS *Wpływ czynników antropogennych na ilościowe i jakościowe właściwości procesów hydrologicznych w zlewni, zadanie 3: Analiza własności niżówek w obszarze karpacim zlewni Górnej Wisły.*

LITERATURA

- Bojarski A., Gręplowska Z., Nachlik E. (red.) (2012). *Zbiornik Goczalkowice. Analiza przyczynowo-skutkowa DPSIR procesów i zjawisk istotnych z punktu widzenia zarządzania zbiornikiem zaporowym*. Kraków: Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, monografia nr 420, seria „Inżynieria Środowiska”.
- Fleig A. (2004). *Hydrological Drought – a comparative study using daily discharge series from around the world*, der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg i. Br., Diplomarbeit, Freiburg, 2004
- Jakubowski W. (2011). Rozkłady prawdopodobieństwa w ocenie suszy hydrologicznej, Wrocław: Uniwersytet Przyrodniczy, 177 s.
- Kaznowska E., Banasik K. (2011). Streamflow droughts and probability of their occurrence in a small agricultural catchment, Ann. Warsaw Univ. of Life Sci. – SGGW, Land Reclam. 43 (1), 57-69
- Stahl K. (2001). Hydrological Drought – a Study across Europe, Institut für Hydrologie der Universität Freiburg i. Br., Freiburg, 129 s.
- Tallaksen L. M., Hisdal H. (1997). *Regional analysis of extreme streamflow drought duration and deficit volume*, FRIEND '91 — Regional Hydrology: Concepts and Models for Sustainable Water Resource Management IAI, (Proceedings of the Postojna, Slovenia, Conference, September-October 1997). IAHS Publ. no. 246
- Tallaksen L. M., Madsen H., Clausen B. (1977). Space-time characteristics of large-scale droughts in Europe On the definition and modelling of streamflow, *Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologique*, 42(1), s. 15-33
- Tallaksen, L. M., Stahl, K., Wong, G. (2011). Space-time characteristics of large-scale droughts in Europe derived from streamflow observations and WATCH multi-model simulations, WATCH Technical Report Number 48, 20 s.
- Tokarczyk T. (2013). Classification of low flow and hydrological drought for a river basin, *Acta Geophysica* 61(2), 404-421
- Tomaszewski E. (2011). Defining the threshold level of hydrological drought in lake catchments, *Limnological Review* 11(2), 81-88
- Zelenhasić E. Salvai A. (1987). A Method of Streamflow Drought Analysis, *Water Resour. Res.*, 23(1), 156-168

Prof. dr hab. Stanisław Węglarczyk
Politechnika Krakowska
Instytut Inżynierii i Gospodarki Wodnej
ul. Warszawska 24
31-155 Kraków
e-mail: sweglarc@iigw.pl