INFRASTRUKTURA I EKOLOGIA TERENÓW WIEJSKICH
INFRASTRUCTURE AND EKOLOGY OF RURAL AREAS

Nr 5/2008, POLSKA AKADEMIA NAUK, Oddział w Krakowie, s. 199–208
Komisja Technicznej Infrastruktury Wsi

Andrzej Byczkowski, Kazimierz Banasik, L. Hejduk

OBLICZANIE PRZEPŁYWÓW POWODZIOWYCH O OKREŚLONYM PRAWDOPODOBIEŃSTWIE PRZEKROCZENIA

THE CALCULATION OF PROBABLE ANNUAL FLOOD FLOWS

Streszczenie

W artykule przedstawione zostały wyniki oszacowania prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych przy wykorzystaniu dwóch różnych serii danych z małej zlewni rolniczej. Tradycyjna seria statystyczna została utworzona z maksymalnych rocznych przepływów, jakie zdarzyły się w poszczególnych latach hydrologicznych (AM). Druga seria została utworzona z wybranych kulminacyjnych przepływów, które przekroczyły przyjętą wartość graniczną (POT). Do analizy serii AM i POT wykorzystane zostały odpowiednio program komputerowy opracowany przez IMGW oraz arkusz kalkulacyjny. Wyniki obliczeń przy zastosowaniu obydwóch metod wykazują nieznaczne różnice wartości prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych.

Summary

The results of estimation of the probable annual flood flows with the use of two various sets of data from a small agricultural lowland river are presented. The traditional statistical series are formed from the annual maximum (AM) flows of hydrological years. The other series for flood frequency analysis has been formed by selecting peaks over threshold discharges (POT). A computer program, developed by IMGW (Institute of Hydrology and Water Management), and spreadsheet were applied for frequency analysis with the use of AM series and POT series, respectively. Results of computations with the use of AM and POT data indicate for nonsignificant differences in probable flood flows.

Key words: *flood estimation, small catchment, annual maxima (AM), peaks over threshold (POT)*

WPROWADZENIE

Metody określania wartości przepływów maksymalnych rocznych o założonym prawdopodobieństwie przekroczenia były przedmiotem szeregu prac Autorów [Banasik i in. 2003; Banasik, Byczkowski 2006 i 2007]. Metody te wykorzystują ciągi wartości liczbowych przepływów maksymalnych rocznych (Q_{max}) z wielolecia (*annual maxima* – AM). Dokładność oszacowania zależy od długości okresu z którego pochodzą dane pomiarowe, ponieważ błędy oszacowania wartości Q_{max} maleją wraz ze zwiększeniem się liczebności ciągów. Zależą one również od asymetrii zbioru i prawdopodobieństwa przekroczenia. Wynika stąd, że do określania przepływów zdarzających się rzadko (tj o małym prawdopodobieństwie wystąpienia) wymagane są dłuższe ciągi, niż dla przepływów występujących częściej. Zazwyczaj w praktyce (zwłaszcza w przypadku rzek małych) liczebność ciągów nie spełnia wymagań dotyczących obliczania wartości przepływów $Q_p \geq Q_{1\%}$. Niektórzy autorzy, jak np. Strupczewski [1967a], Zielińska [1965] proponują, aby liczebność ciągów pomiarowych zwiększać w drodze uwzględniania nie tylko maksimów rocznych, ale również drugorzędnych kulminacji, występujących w danym roku. W metodzie tej nazwanej „metodą wszystkich wezbrań" bierze się pod uwagę wszystkie przepływy kulminacyjne wezbrań o wartościach przekraczających pewną wartość graniczną ($Q_{max} \geq Q_{gr}$). Wprowadzenie przepływu granicznego, stosowanego także przez Autorów [Banasik, Byczkowski 2007], jest tu warunkiem niezbędnym, ponieważ przepływy kulminacyjne wszystkich bardzo małych wezbrań i przyborów mogą nie spełniać postulatu niezależności zdarzeń. W literaturze przyjmuje się najczęściej najniższą wartość z rocznych maksimów przepływu z okresu wieloletniego – NWQ [Strupczewski 1967a; Zielińska 1965]. W ten sposób wszystkie maksima roczne przepływu są brane pod uwagę. Można spotkać się również z opinią, aby przyjmować $Q_{gr} = 2SSQ$ [Aleksejev za Strupczewskim 1967a].

Nieraz w praktyce, kryterium poziomu odcięcia („peak over threshold" - POT) przyjmuje się w zależności od konkretnych potrzeb opracowania, a nie od wartości granicznej wynikającej z intensywności badanego zjawiska [Zielińska 1965]. Przypadek taki może wystąpić przy określaniu prawdopodobieństwa wystąpienia wezbrań powodujących szkody powodziowe. Granicznym przepływem może tu być np. przepływ dozwolony (Q_{dozw}).

W niniejszym artykule, jako przepływ graniczny przyjęto wodę brzegową, tj przepływ, przy którym woda występuje z koryta na teren zalewowy doliny rzecznej. W takich przypadkach może znaleźć zastosowanie metoda „wszystkich wezbrań" dla wariantu, gdy rozważane zjawisko może występować więcej niż jeden raz w roku, a jednocześnie mogą zdarzyć się lata, w których zjawisko nie jest obserwowane [Strupczewski 1967b, Zielińska 1965).

Celem pracy jest porównanie wartości maksymalnych przepływów o określonym prawdopodobieństwie przekroczenia obliczonych dla zbioru przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,r}$ oraz zaproponowaną metodę dla $Q_{max} \geq Q_{brzeg}$.

METODYKA BADAŃ

W metodzie „wszystkich wezbrań" dla każdej wartości ze zbioru przepływów kulminacyjnych, określa się empiryczne prawdopodobieństwo przekroczenia:

$$p' \quad \frac{m}{n \quad 1} \tag{1}$$

gdzie:

m – miejsce danego wyrazu w ciągu rozdzielczym,
n – liczebność badanego zbioru.

Wartości ***p'*** nie są ekwiwalentne z prawdopodobieństwem przekroczenia w roku ***p*** (Strupczewski 1967a). Rozpatrując kulminacje powyżej przyjętego poziomu odcięcia (POT), spotykamy się z sytuacją, gdy zjawisko może pojawić się częściej, niż jeden raz w roku, może jednak wogóle w danym roku nie wystąpić. W związku z tym możliwe są 4 przypadki (Zielińska, Brzeziński 1994)

1) N` = N r > 1 zjawisko występuje w każdym roku; w tym w każdym może wystąpić więcej niż jeden raz
2) N` = N r = 1 zjawisko występuje w każdym roku jeden raz
3) N` < N r > 1 zjawisko występuje nie we wszystkich latach, natomiast w roku może wystąpić więcej niż jeden raz
4) N` < N r = 1 zjawisko występuje nie we wszystkich latach, natomiast w roku może wystąpić jeden raz

gdzie:

N – liczba lat obserwacji,
N` – liczba lat w których występuje badane zjawisko,
r – liczba wystąpień w roku.

W analizowanym przypadku spotykamy się z wariantem (3) tj zjawisko może występować więcej niż jeden raz w roku, natomiast zdarzają się lata w których nie występuje wogóle.

W pracy [Banasik, Byczkowski 2007] podany został przykład obliczeń dla wariantu 1, tj. gdy zjawisko występuje we wszystkich latach okresu obserwacji, przy czym może występować więcej niż jeden raz. W tym przypadku prawdopodobieństwo roczne określa się wzorem Langbeina o postaci (Strupczewski 1967a):

$$p_1 \quad 1 \quad (1 \quad p`)^{\lambda} \tag{2}$$

gdzie:

p_1 – prawdopodobieństwo występowania w roku

$p`$ – prawdopodobieństwo występowania w zbiorze wszystkich kulminacji

λ – średnia roczna częstotliwość występowania zjawisk (kulminacji), obliczana ze wzoru:

$$\lambda \quad \frac{n}{N} \quad 1 \tag{3}$$

gdzie:

n – liczba kulminacji w zbiorze

N – liczba lat

W przypadku przedstawionym w niniejszym artykule przy pomocy równania (2) określa się prawdopodobieństwo przekroczenia badanej wielkości przepływu w ciągu roku, liczone w odniesieniu do lat, w którym zjawisko występuje ($p`$). Należy więc brać tu również pod uwagę prawdopodobieństwo wystąpienia roku, w którym zjawisko się zrealizowało (p_2), czyli określać prawdopodobieństwo wystąpienia zjawiska w dowolnym roku (p). Stąd roczne prawdopodobieństwo przekroczenia badanej wartości przepływu stanowi prawdopodobieństwo koniunkcji

$$p \quad p_1 \; p_2 \quad [1 \quad (1 \quad p`)^{\lambda_1}] \; p_2 \tag{4}$$

gdzie:

λ_1 – średnia częstotliwość występowania zjawiska w roku liczona względem lat, w którym zjawisko wystąpiło.

Wielkość prawdopodobieństwa p_2 można określić w oparciu o rozkład zero-jedynkowy (Zielińska 1965) z zależności:

$$\hat{p}_2 \quad \frac{N_1}{N} \tag{5}$$

gdzie:

N_1 – liczba lat w których występuje zjawisko,

N – ogólna liczba lat w rozpatrywanym okresie.

Wystąpienie lub brak zjawiska opisywane jest w tym przypadku dwumianowym rozkładem zero – jedynkowym

Parametr λ_1 we wzorze (4) oblicza się w tym przypadku z zależności:

$$\lambda_1 \quad \frac{n}{N_1} \tag{6}$$

Ostateczna postać wzoru (4) dla rozpatrywanego wariantu jest następująca:

$$p \quad p_2[1 \quad (1 \quad p`)^{\frac{n}{N_1}}] \quad \frac{N_1}{N}[1 \quad (1 \quad p`)^{\frac{n}{N_1}}] \tag{7}$$

OBLICZENIA I WYNIKI

Badania przeprowadzono na podstawie danych hydrometrycznych dla rzeki Zagożdżonki, lewego dopływu środkowej Wisły w profilu wodowskazowym Płachty Stare (A = 82,4 km^2). W tej zlewni Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska (d. Katedra Budownictwa Wodnego) SGGW prowadzi wieloletnie badania. Podstawą obliczeń był 40 letni ciąg przepływów dobowych, zawierający także ekstrema chwilowe, z lat 1963 – 2002. Obliczenia przepływów maksymalnych o określonym prawdopodobieństwie przekroczenia przeprowadzono dla dwóch zbiorów - wartości maksymalnych rocznych, oznaczonych przez AM (annual maxima) oraz dla wartości maksymalnych powyżej przyjętego poziomu granicznego, oznaczonych przez POT (peak over threshold).

Najbardziej wiarygodny rozkład prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych (AM) dobrany został spomiędzy najczęściej stosowanych w praktyce rozkładów jak: Pearsona t. III, logarytmiczno – normalny, Weibulla (Fishera – Tippetta t. III (min) i log – Pearsona t III wykorzystując program komputerowy QMAX, opracowany przez Ozgę-Zielińską z zespołem (1999). Wybór rozkładu dokonany został na podstawie kryterium Akaikego [Mutua 1994] o postaci

$$AIC \quad 2l \quad 2 \sum_{j \quad l}^{N} \ln f(x_j) \tag{8}$$

gdzie:

l – liczba oszacowanych parametrów rozkładu,

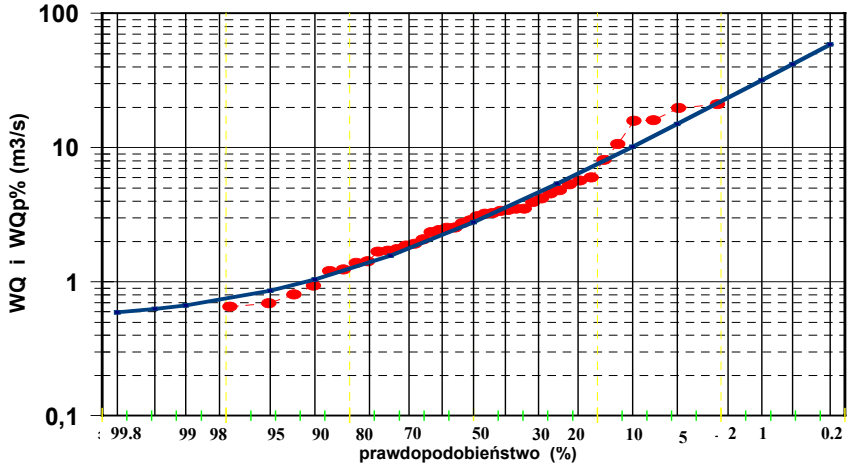
f(x) – funkcja gęstości rozkładu prawdopodobieństwa.

Najmniejszą wartość kryterium Akaikego uzyskano w przypadku zbioru rocznych kulminacji (AM) dla rozkładu logarytmiczno-normalnego. Parametry rozkładu obliczono metodą największej wiarygodności. Obliczone na tej podstawie wartości przepływów maksymalnych rocznych zestawiono w tabeli 1; krzywą prawdopodobieństwa występowania przepływów maksymalnych rocznych (AM) przedstawia rysunek 1.

Zbiór wszystkich wartości POT został utworzony z kulminacji wezbrań spełniających warunek $Q \geq Q_{gr}$ Jako graniczny przepływ przyjęto przepływ dozwolony Q_{dozw}, równy tzw. wodzie brzegowej Q_{brzeg}. W badanym profilu rzecznym przepływ taki jest bliski przepływowi ZWQ = 2,97 m^3/s. Zbiór ten obejmuje 32 przypadki kulminacji wezbrań. Średnia roczna częstotliwość tak zdefiniowanych kulminacji wynosi $\lambda_1 = 0,8$

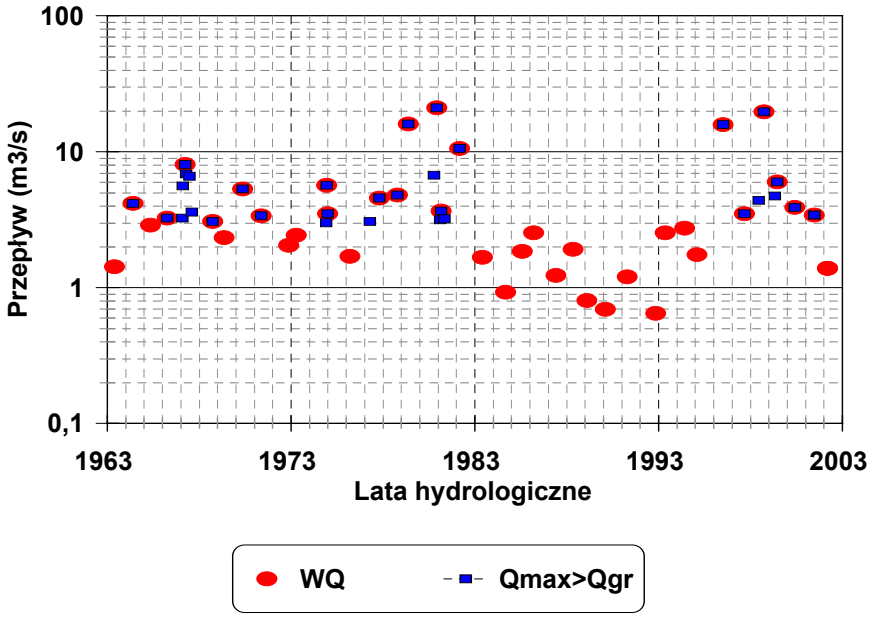
Tabela 1. Przepływy powodziowe Zagożdżonki w Płachtach Starych ustalone na podstawie maksimów rocznych i przepływów ekstremalnych większych od Q_{brzeg}
Table 1. Probable flood flows estimated with the use of log-normal distribution and with various sets of records for the Zagożdżonka river at Płachty Stare

Okres powtarzalnosci Return period T (lata/years)	Prawdopodo-bieństwo Probability ***p*** (%)	Przepływ powodziowy ustalony na podstawie: Flood flows (m^3/s) estimated on the base of:	
		maksimów rocznych z okresu 40 lat annual maxima (AM) for period of 40 years	przepływów ekstremalnych większych od Q_{brzeg} Annual exceedances (POT) i.e. 32 largest events from the period of 40 years
1	2	3	4
1000	0,1	74,3	84,5
100	1,0	31,7	32,0
20	5,0	15,0	14,2
10	10	10,1	9,57
2	50	2,77	2,89



Rysunek 1. Krzywe prawdopodobieństwa zbioru przepływów maksymalnych rocznych (AM)

Kulminacje te nie są rozłożone równomiernie w badanym okresie. Analiza wykresu chronologicznego przebiegu kulminacji (rys. 2) wykazuje, że w latach 1982–1996 nie występowały powodzie, a stany wody nie przekraczały wody brzegowej.



Rysunek 2. Chwilowe maksymalne roczne przepływy (WQ), tworzące zbiór AM oraz chwilowe maksymalne przepływy $Q_{max}>Q_{gr}$, tworzące zbiór POT, rzeki Zagożdżonki w Płachtach Starych z okresu 1963–2002

Na podstawie zbioru $Q_{max} \geq Q_{gr}$, obliczono przepływy maksymalne o określonym prawdopodobieństwie przekroczenia w zbiorze (p`), przyjmując podobnie jak w przypadku przepływów maksymalnych rocznych rozkład logarytmiczno-normalny. Dolne ograniczenie rozkładu (ε) obliczono metodą prób, w drodze maksymalizacji funkcji wiarygodności w postaci:

$$L \quad f(x_1,\varepsilon,\mu,\sigma)\ f(x_2,\varepsilon,\mu,\sigma)\ \ldots\ f(x_N,\varepsilon,\mu,\sigma) \tag{9}$$

gdzie:

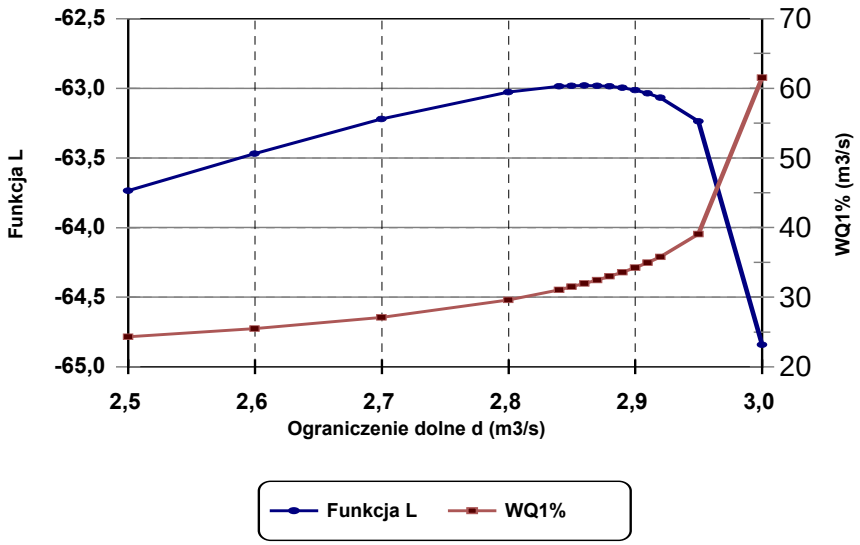
L – estymator funkcji największej wiarygodności,

$f(x_i, \varepsilon, \mu, \sigma)$ – funkcja gęstości prawdopodobieństwa dla rozkładu log-normalnego,

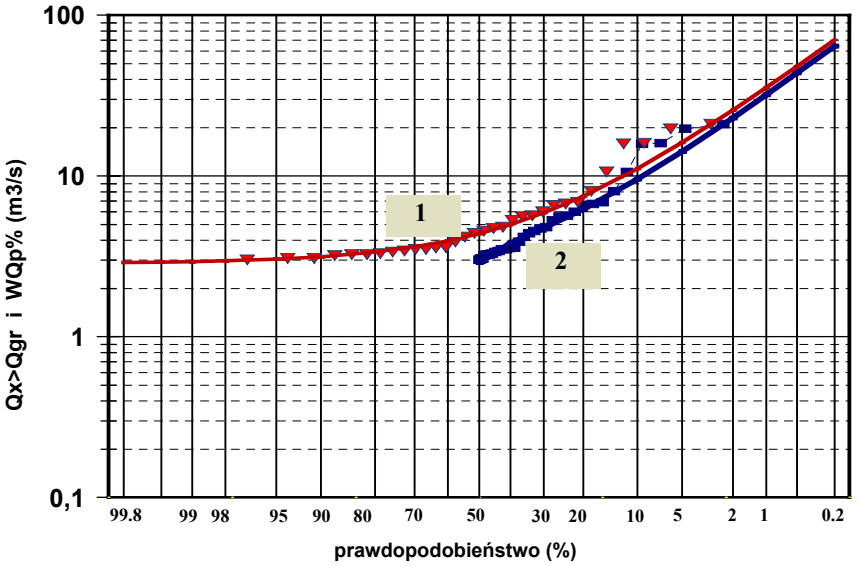
$x_1, x_2, \ldots x_N$ – elementy badanego zbioru,

ε, μ, σ – parametry rozkładu.

Zakładając wartości dolnego ograniczenia rozkładu ε w granicach od 2,5 do 3,0 m^3/s otrzymano maksimum funkcji wiarygodności (maxL) dla $\varepsilon = 2{,}86 m^3/s$ (rys. 3).



Rysunek 3. Zmienność wartości funkcji kryterialnej i przepływu $WQ_{1\%}$ wraz ze zmianą wartości zakładanego dolnego ograniczenia rozkładu log-normalnego zbioru POT (dla d = 2,86m^3/s => max(L) i $WQ_{1\%}$ = 32,0 m^3/s)



Rysunek 4. Krzywe prawdopodobieństwa zbioru POT przepływów maksymalnych $Q_{max} > Q_{gr}$: 1 – dla prawdopodobieństwa w zbiorze, 2 – dla prawdopodobieństwa w roku

Wyniki obliczeń przepływów maksymalnych rocznych z okresu 40 letniego oraz przepływów kulminacyjnych $Q>Q_{gr}$ o prawdopodobieństwie wystąpienia w roku (p) zestawiono w tabeli 1. Wartości prawdopodobieństwa wystąpienia w roku (p) określono w drodze transformacji wartości prawdopodobieństwa w zbiorze (p`) na prawdopodobieństwo występowania w roku (p) przy zastosowaniu wzoru (7).

Krzywą prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych o określonym prawdopodobieństwie w roku otrzymaną na podstawie kulminacji $Q \geq Q_{gr}$ (POT) przedstawiono na rysunku 4.

WNIOSKI

Analiza różnic wartości przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie wystąpienia w roku obliczonych na podstawie zbiorów (POT) i (AM) pozwala wyciągnąć następujące wnioski:

1. Przepływy obliczone metodą POT i AM o prawdopodobieństwie przekroczenia w roku p w granicach $p \in <1\%;50\%>$ różnią się od siebie niewiele (0.9% – 5.6%).
2. Większe różnice wartości przepływów występują dopiero dla p = 0,1%; przepływy określone wg metody POT mają wartości większe o około 14%.
3. Przedstawione obliczenia wykazują, że pomijając przepływy dla p = 0,1% nie uzyskuje się istotnych różnic przy określaniu przepływów metodą tradycyjną (AM) i metodą uwzględniającą wszystkie przepływy $Q>Q_{dozw}$ (POT). Przyjęta wartość Q_{gr} jest na tyle duża, że liczebność zbioru (POT) otrzymanego dla wszystkich kulminacji wyższych od $Q_{gr} = Q_{dozw}$. niewiele się różni od liczby elementów w zbiorze kulminacji rocznych a tym samym różnice, między wartościami przepływów nie mogą być duże.
4. Średnia częstotliwość wystąpienia zjawiska w roku w rozpatrywanym przykładzie wynosi $\lambda = 0,8$ podczas gdy przy założeniu Q_{gr} = NWQ, średnia częstotliwość kulminacji w roku jest równa $\lambda=6,5$ (Banasik, Byczkowski 2007).
5. Mała liczebność zbioru (POT) wynika z hydrologicznego charakteru badanego okresu lat 1963–2002. Długa sekwencja lat o niskich przepływach wezbraniowych spowodowała, że liczebność zbioru (POT) niewiele różni się od liczebności zbioru (AM).
6. Należy sądzić że przy większych wartościach parametru λ, niż w rozpatrywanym przykładzie, wyniki otrzymane na podstawie zbioru (POT) będą wykazywały większe różnice w stosunku do wyników otrzymanych ze zbioru (AM).

BIBLIOGRAFIA

Banasik K., Byczkowski A., Gładecki J. *Prediction of T-year flood discharge for a small river basin using direct and indirect methods.* Annals of Warsaw Agricultural University, Land Reclamation. No 34, 2003, p. 3–8.

Banasik K., Byczkowski A. *Estimation of T-year flood discharge for a small lowland river using statistical method.* Annals of Warsaw Agricultural University, Land Reclamation. No 37, 2006, p. 27–32.

Banasik K., Byczkowski A. *Probable annual floods in a small lowland river estimated with the use of various sets of data.* Annals of Warsaw University of Life Sciences – SGGW, Land Reclamation. No 38, 2007, p. 3–10.

Byczkowski A. 1999. *Hydrologia.* Wyd. SGGW, t.2, Warszawa 1999.

Mutua F. M., *The use of the Akaike information criterion in the identification of an optimum flood frequency model*. Hydrological Science Journal, Vol. 39 No. 3, 1994, p. 235–244..

Ozga-Zielińska M., Brzeziński J., Ozga-Zieliński B. *Zasady obliczania największych przepływów rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia – przy projektowaniu obiektów budownictwa hydrotechnicznego (Guidelines for flood frequency computation with small probability of exceedances – for design of hydrotechnical structures)*. Materiały Badawcze, Seria: Hydrologia i Oceanologia. IMGW, Warszawa 1999.

Ozga- Zielińska M., Brzeziński J., Ozga-Zieliński B. *Określenie prawdopodobieństwa przepływów ekstremalnych rocznych genetycznie niejednorodnych – metoda alternatywy zdarzeń (Determining the probability of genetically heterogeneous yearly floods – method of the alternative events)*. Gospodarka Wodna No 5, 2007, p. 191–196.

Strupczewski W.m*Determination of the probability of repeating phenomena*. Acta Geophysica Polonica, Vol. XV, No. 2, 1967a, p. 147–158.

Strupczewski W. *Determination of the probability annual distribution of some events of all their occurrences*. Acta Geophysica Polonica, Vol. XV, No 3, 1967b, p. 247–263.

WMO (World Meteorological Organisation). Guide to Hydrological Practices, WMO, No. 168, 1994.

Zielińska M. *Sposoby zestawiania danych hydrometeorologicznych dla opracowań statystycznych*. Gosp. Wodna z.7, 1965.

Prof. dr hab. inż. Andrzej Byczkowski
Prof. dr hab. inż. Kazimierz Banasik
L. Hejduk
Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

Recenzent: *Prof. dr hab. inż. Beniamin Więzik*