



## **ZASTOSOWANIE WYBRANYCH PROCEDUR DO WYKRYWANIA OBSERWACJI NIETYPOWYCH W OCENIE JAKOŚCI RZEK**

***Anna Budka<sup>1</sup>, Dariusz Kayzer<sup>1</sup>, Karol Pietruczuk<sup>2</sup>, Krzysztof Szoszkiewicz<sup>1</sup>***

<sup>1</sup>*Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu,*

<sup>2</sup>*Wojewódzki Inspektorat Ochrony Środowiska w Poznaniu*

## ***TESTING PROCEDURES FOR DETECTION OF OBSERVATION INFLUENTIAL FOR RIVER ASSESSMENT***

### ***Streszczenie***

Wartości odstające są częstym problemem występującym w zbiorze obserwacji zmiennych ekologicznych i wielokrotnie przyczyniają się do istotnych zmian w końcowej klasyfikacji jakości ekosystemów wodnych. Identyfikacja wartości odstających pozwala ograniczyć różne źródła błędów w monitoringu środowiska, którymi to mogą być człowiek, urządzenia wykorzystywane w badaniach, metoda lub inny czynnik losowy. Niniejsza praca analizuje sposoby weryfikacji wyników w przypadku występowania w nich wartości odstających. W odniesieniu do tego problemu zastosowano wybrane testy statystyczne. Do analiz użyto testów: Q- Dixon, Grubbsa, Hampela, kwartylowy. Testy te były oceniane pod względem czułości detekcji wartości nietypowych. Zbiór danych na którym prowadzone były analizy składał się z comiesięcznych analiz zawartości różnych form azotu oraz fosforu w wodzie. Badania przeprowadzono w 2010 roku na dwóch wielkopolskich rzekach (Głomia i Mogielnica) reprezentujących różny stopień degradacji.

**Słowa kluczowe:** obserwacje nietypowe, centralne tendencje, klasyfikacja wód, ocena rzek

### ***Summary***

*Outliers are a common problem occurring in a set of environmental variables and such the observations often disturb significantly the final classification of the quality of aquatic ecosystems. Identification of outliers can reduce various sources of error in environmental monitoring, which can be caused by a person,*

*equipment or method as well as other random factor. This paper examines how to detect outliers by using some statistical tests. Four tests were analysed: Q-Dixon, Grubbs, Hampel and quartiled. All of them were evaluated in terms of detection sensitivity of typical outliers. The analytical dataset consisted of a monthly analysis of the various forms of nitrogen and phosphorus in the water. The study was conducted during the single year (2010) in two rivers in Wielkopolska region (Głomia and Mogielnica) representing different degrees of degradation.*

**Key words:** outliers, central tendency, surface water classification, river assessment

## WSTĘP

Klasyfikacja ekosystemów wodnych w odniesieniu do ich jakości, wiąże się z analizą różnego rodzaju wartości, obejmujących między innymi wyniki analiz chemicznych [Carbiener R., i in., 1990, Schnitzler A., i in., 1996]. Przed przystąpieniem do interpretacji wyników, bardzo ważna jest ich weryfikacja, którą można przeprowadzić z zastosowaniem specjalnych testów statystycznych. Zdarza się (i to bardzo często), że zbiór danych obejmujący wyniki z przeprowadzonych analiz chemicznych wody może posiadać wartości nietypowe (wartości odstające). W niniejszym artykule rozważano wyniki comiesięcznych analiz zawartości różnych form pierwiastków biogennych w próbach wody pobieranych w przeciągu roku.

W celu identyfikacji wartości odstających stosowano różne testy statystyczne, z których najczęściej używane są: Q- Dixona, Grubbsa, Hampela, kwartyłowy. Każdy z wymienionych testów posiada specyficzne właściwości, w związku z tym, liczba zidentyfikowanych wartości odstających może być różna [Chromiński K., Tkacz M., 2010]. Śledzenie występowania wartości odstających jest szczególnie ważne w małych zbiorach danych, ponieważ nawet jeden wynik odstający może w znacznym stopniu wpłynąć na rezultat końcowy badań. W rozważanym przypadku jest to roczna ocena stanu jakości wody.

Występowanie wartości odstających w zbiorze danych może wynikać z naturalnych zjawisk przyrodniczych ale może być też wynikiem ludzkich błędów popełnionych w czasie prowadzonych analiz, wadliwie działającego sprzętu lub błędem metodycznym. Wyeliminowanie wartości odstających będących efektem popełnianych błędów w procesie badawczym jest warunkiem uzyskania miarodajnej oceny środowiska. Detekcja nietypowych wyników może pozwolić na wykrycie przyczyny występowania błędów i ich wyeliminowanie w przyszłości.

Celem pracy było przedstawienie kompleksowego postępowania w wypadku stwierdzenia, że w zbiorze danych występują obserwacje nietypowe. Ich identyfikacja posłuży adekwatnej ocenie wartości tendencji centralnych. Badano przydatność wybranych metod wykrywania obserwacji odstających w kontekście czułości detekcji (wrażliwości testu).

## MATERIAŁY I METODY

### *Rzeki i ich charakterystyka*

Badania chemiczne wody były prowadzone na dwóch punktach pomiarowo kontrolnych (ppk), zlokalizowanych na rzece Głomia (stanowisko Dobrzyca) oraz Mogielnica (stanowisko Łagwy). Punkty badawcze różnią się od siebie cechami hydromorfologicznymi, położeniem geograficznym oraz jakością wód.

Pierwszy ppk (stanowisko Dobrzyca) znajduje się w północnej części Wielkopolski, zlewnia rzeki to obszary leśne, koryto cieką o podłożu kamienisto-żwirowym. Rzeka ta jest przykładem typu cieką charakteryzującego się wysoką naturalnością, dużą bioróżnorodnością oraz wodą ubogą w związki azotu oraz fosforu. Drugi ppk (sta. Łagwy), położony jest w centralnej części regionu, charakteryzuje się znaczną ingerencją człowieka w budowę koryta cieką (profilowanie) i degradacją hydrochemiczną. W skład zlewni rzeki wchodzi głównie tereny rolnicze, dostarczające do rzeki pierwiastki biogenne ze spływami powierzchniowymi [Zbierska J., i in. 2002].

### *Badania chemiczne*

Analizy przeprowadzono na podstawie wyników z comiesięcznych badań jakości wody, wykonanych w 2010 roku przez laboratorium wojewódzkiego inspektoratu ochrony środowiska w Poznaniu i odnosiły się do wyników analiz różnych form azotu oraz fosforu (tabela 1).

**Tabela 1.** Parametry chemiczne wykorzystane do analiz

**Table 1.** Chemical variables utilised in analysis

Parametr	Jednostka
Azot amonowy	mg N <sub>NH4</sub> ·dm <sup>-3</sup>
Azot Kjeldahla	mg N·dm <sup>-3</sup>
Azot azotanowy	mg N <sub>N03</sub> ·dm <sup>-3</sup>
Azot ogólny	mg N·dm <sup>-3</sup>
Fosfor reaktywny	mg PO <sub>4</sub> ·dm <sup>-3</sup>
Fosfor ogólny	mg PO <sub>4</sub> ·dm <sup>-3</sup>

### *Wybrane metody wykrywania obserwacji nietypowych*

Przez obserwacje nietypowe rozumiemy takie obserwacje, które przyczyniają się do zmian wartości analizowanych statystyk liczbowych. Identyfikacja obserwacji nietypowych posłuży do wyznaczenia miar centralnych tendencji nie uwzględniających błędów pomiarowych i błędów wynikających z przypadkowych pojedynczych zdarzeń. Decyzję o usunięciu obserwacji nietypowych należy podejmować bardzo ostrożnie, szczególnie gdy dysponujemy niewielką próbą, ale nie można ich ignorować gdyż zmieniają one istotnie oceny badanych parametrów.

Przez  $n$  oznaczono liczbę wykonanych pomiarów, a przez  $p$  liczbę badanych związków chemicznych. Podstawowym narzędziem do stwierdzenia, że w zbiorze wielowymiarowych obserwacji występują obserwacje nietypowe jest macierz rzutu ortogonalnego

$$\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}' \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$  jest macierzą, której  $i,j$ -ty element oznacza

zawartość  $j$ -tego związku chemicznego w rzece w  $i$ -tym miesiącu (przy założeniu, że  $n > p$ ). Elementy diagonalne macierzy  $\mathbf{H}$  zawierają się w przedziale  $[1/n; 1)$ . Przyjmuje się, że jeżeli przynajmniej jeden z elementów diagonalnych tej macierzy jest większy od 0,5, to w zbiorze obserwacji (w  $i$ -tym wierszu macierzy  $\mathbf{X}$ ) mogą wystąpić obserwacje nietypowe [Chatterjee S., Hadi A. S., 1988]. Do wykrywania obserwacji nietypowych dla poszczególnych związków chemicznych zastosowano następujące procedury testowe Q-Dixona, Grubbsa, Hampela, kwartylowy.

#### Test Q-Dixona

Metoda ta została stworzona przez J.W. Dixona [1950]. Dla uporządkowanych rosnąco obserwacji (od najmniejszych do największych) wyznacza się wartość statystyki testowej  $Q$  wyrażonej wzorem:

$$Q = \frac{|x_z - x_w|}{x_{\max} - x_{\min}} \quad (2)$$

gdzie:

- $x_w$  – obserwacja wątpliwa,
- $x_z$  – obserwacja najbliższa obserwacji wątpliwej,
- $x_{\max}$  – obserwacja o największej wartości,
- $x_{\min}$  – obserwacja o najmniejszej wartości.

W celu odrzucenia hipotezy o braku obserwacji odstającej, wartość statystyki  $Q$  porównuje się z wartością odczytaną z tablicy wartości krytycznych  $Q_t$  [Verma S. P., Quiroz-Ruiz A., 2006] oraz [Chromiński K., Tkacz M., 2010].

*Test Grubbsa*

Test Grubbsa bazuje na założeniu, że obserwacje mają rozkład normalny (standardowe założenie w ocenie zjawisk przyrodniczych) [Grubbs F., 1969]. Do testowania hipotezy o braku obserwacji odstających stosuje się statystykę:

$$T = \frac{\max |x_i - \bar{x}|}{s_x} \quad (3)$$

gdzie:

$x_i$  - wartość związku chemicznego dla  $i$ -tego miesiąca,

$\bar{x}$  - średnia zawartość związku chemicznego po wszystkich miesiącach,

$s_x$  - odchylenie standardowe.

Wartość krytyczną dla tego testu oblicza się ze wzoru

$$c_\alpha = \frac{n-1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{t_{\alpha/2n, n-2}^2}{n-2 + t_{\alpha/2n, n-2}^2}} \quad (4)$$

gdzie  $t_{\alpha/2n, n-2}^2$  wyznacza się na podstawie rozkładu t-Studenta o  $n-2$  stopniach swobody.

Procedurę testowania powtarza się, aż nie będzie podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej [Chromiński K., Tkacz M., 2010].

*Test Hampela*

Wykrywanie obserwacji nietypowych przy zastosowaniu tego testu [Hampel F. R, i in., 1986] wykonuje się analizując różnice pomiędzy obserwacją  $x_i$ , a medianą z obserwacji:

$$r_i = x_i - Me \quad (5)$$

Jeżeli bezwzględna wartość odchyłki wyniku  $r_i$  przekraczała 4,5-krotnie wartość mediany z odchyłek, dany wynik uznajemy jako nietypowy [Chromiński K., Tkacz M., 2010].

*Test kwartyłowy*

W teście kwartyłowym w celu wykrycia obserwacji odstających wyznacza się wartość statystyki:

$$K = Q_3 - Q_1 \quad (6)$$

gdzie  $Q_3$  oznacza wartość trzeciego kwartyła, a  $Q_1$  oznacza wartość pierwszego kwartyła.

Jeżeli wartość parametru chemicznego jest niższa niż  $Q_1 - 1,5 \cdot K$  lub wyższa niż  $Q_1 + 1,5 \cdot K$  to uważamy ją za obserwację odstającą [Chromiński K., Tkacz M., 2010].

### WYNIKI I DYSKUSJA

Elementy diagonalne macierzy rzutu ortogonalnego wyznaczone na podstawie wybranych parametrów chemicznych wód przedstawiono w tabeli 2 (dla rzeki Głomia) oraz tabeli 3 (dla rzeki Mogielnicy). Ciekie te reprezentują odmienny status ekologiczny zarówno pod względem hydrochemicznym, jak i hydro-morfologicznym oraz różny sposób użytkowania zlewni. W tabelach wyróżnione zostały terminy, w których spodziewamy się występowania obserwacji nietypowych wśród badanych parametrów chemicznych. W przypadku mała zdegradowanej Głomia, wartości nietypowe zanotowano w miesiącach: lutym, marcu, kwietniu, wrześniu oraz listopadzie (tabela 2). Dla rzeki Mogielnicy, która jest przykładem cieku zdegradowanego ekologicznie, wartości nietypowe zanotowano w miesiącach: styczniu, marcu, czerwcu, lipcu, sierpniu, wrześniu oraz grudniu (tabela 3).

**Tabela 2.** Macierz rzutu ortogonalnego – rzeka Głomia  
**Table 2.** The orthogonal projection matrix of Głomia river

1	0,38												
2	0,07	0,67											
3	0,04	0,36	0,53										
4	-0,14	0,15	-0,05	0,64									
5	-0,05	0,02	0,04	0,27	0,17								
6	0,24	-0,06	-0,14	0,25	0,16	0,48							
7	-0,05	-0,05	0,01	0,14	0,10	0,04	0,11						
8	0,02	-0,14	0,20	-0,05	0,08	-0,02	0,12	0,34					
9	0,04	0,02	-0,06	0,06	-0,04	-0,11	0,16	0,12	0,91				
10	-0,03	-0,18	0,21	-0,02	0,14	0,03	0,12	0,34	-0,10	0,43			
11	-0,03	0,09	-0,08	-0,09	0,06	0,03	0,07	-0,04	0,01	0,06	0,96		
12	0,38	0,03	0,03	-0,14	-0,04	0,25	-0,03	0,04	0,06	0,00	-0,02	0,38	
<b>H</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	

**Tabela 3.** Macierz rzutu ortogonalnego – rzeka Mogielnica  
**Table 3.** The orthogonal projection matrix of Mogilnica river

1	0,89											
2	0,09	0,32										
3	-0,14	0,32	0,64									
4	0,13	0,20	0,19	0,30								
5	0,08	-0,08	-0,04	-0,05	0,28							
6	0,02	-0,01	0,20	-0,17	0,25	0,51						
7	0,09	0,21	-0,02	0,03	-0,09	-0,02	0,55					
8	0,03	0,05	-0,06	0,06	0,27	0,08	-0,05	0,54				
9	-0,17	0,05	-0,09	0,16	0,11	-0,14	0,15	0,32	0,52			
10	-0,06	-0,02	-0,12	-0,11	-0,03	0,06	0,36	-0,16	0,09	0,39		
11	0,00	0,00	0,05	-0,14	0,13	0,30	0,14	0,03	-0,03	0,17	0,23	
12	0,05	-0,12	0,06	0,15	0,11	0,03	-0,12	-0,18	0,15	0,12	0,00	0,83
<b>H</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

W tabeli 4 przedstawiono różne oceny wartości centralnych dla poszczególnych parametrów chemicznych wód w obu analizowanych rzekach. Wartości te uwzględniają średnie i mediany, obliczone zarówno na podstawie wszystkich obserwacji, jak i po usunięciu obserwacji nietypowych.

Analizy wykazały, że poszczególne testy wartości nietypowych wykazują różną wrażliwość. Najczulszy, tzn. wykrywający najwięcej obserwacji nietypowych, był test kwartylowy. Test ten wykazał, że w 8 na 12 rozpatrywanych przypadków, występują wartości nietypowe. W rzece Głomi były to pomiary azotu amonowego, azotanowego, Kjeldahla oraz ogólnego, a także fosforu ogólnego. Natomiast w Mogielnicy były to pomiary azotu amonowego, Kjeldahla oraz fosforanów.

Najniższą zdolnością detekcji wartości nietypowych charakteryzował się test Dixona. Wykazał on jedynie dwa nietypowe przypadki. Był to azot Kjeldahla w Głomi oraz azot amonowy w Mogielnicy.

Odrzucenie wartości odstających wpływa zarówno na wartości średnie, jak i mediany. Największy wpływ miało odrzucenie wartości nietypowych wskazanym testem kwartylowym dla azotu azotanowego w rzece Głomi. Odrzucenie tych wartości spowodowało zmianę średniej w rzece Głomi z  $2,107 \text{ mg N}_{\text{NO}_3} \cdot \text{dm}^{-3}$  do  $1,366 \text{ mg N}_{\text{NO}_3} \cdot \text{dm}^{-3}$ , co stanowi 35,2% zmiany jej wartości. W pozostałych przypadkach zmiana ta powodowała różnicę na poziomie od 2,5% do 24,1%.

**Tabela 4.** Wartości średnie i mediany parametrów chemicznych wód rzeki Głomia z uwzględnieniem wyników testowania obserwacji nietypowych  
**Table 4.** Mean and median values of water chemical parameters of the river Głomia with the results of testing of outlier observations

Test	Tendencja centralna	Azot Amonowy mg N <sub>NH4</sub> ·dm <sup>-3</sup>	Azot Kjeldahla mg N·dm <sup>-3</sup>	Azot azotanowy mg N <sub>N03</sub> ·dm <sup>-3</sup>	Azot ogólny mg N·dm <sup>-3</sup>	Fosfor reaktywny mg PO4·dm <sup>-3</sup>	Fosfor Ogólny mg PO4·dm <sup>-3</sup>
Próba zerowa	średnia	0,077	1,543	2,107	3,671	0,327	0,662
	mediana	0,070	1,365	1,650	3,315	0,355	0,550
test Grubbsa	średnia	0,063(a)	1,337(a)	x	x	x	0,576(a)
	madiana	0,066(a)	1,320(a)	x	x	x	0,550(a)
test Dixona	dnia	x	1,337(a)	x	x	x	x
	madiana	x	1,320(a)	x	x	x	x
test Hampela	średnia	x	1,337(a)	1,366(b)	3,013(b)	x	X
	madiana	x	1,320(a)	1,440(b)	3,060(b)	x	x
test kwartylowy	średnia	0,063(a)	1,337(a)	1,366(b)	3,013(b)	x	0,511(b)
	madiana	0,066(a)	1,320(a)	1,440(b)	3,060(b)	x	0,520(b)

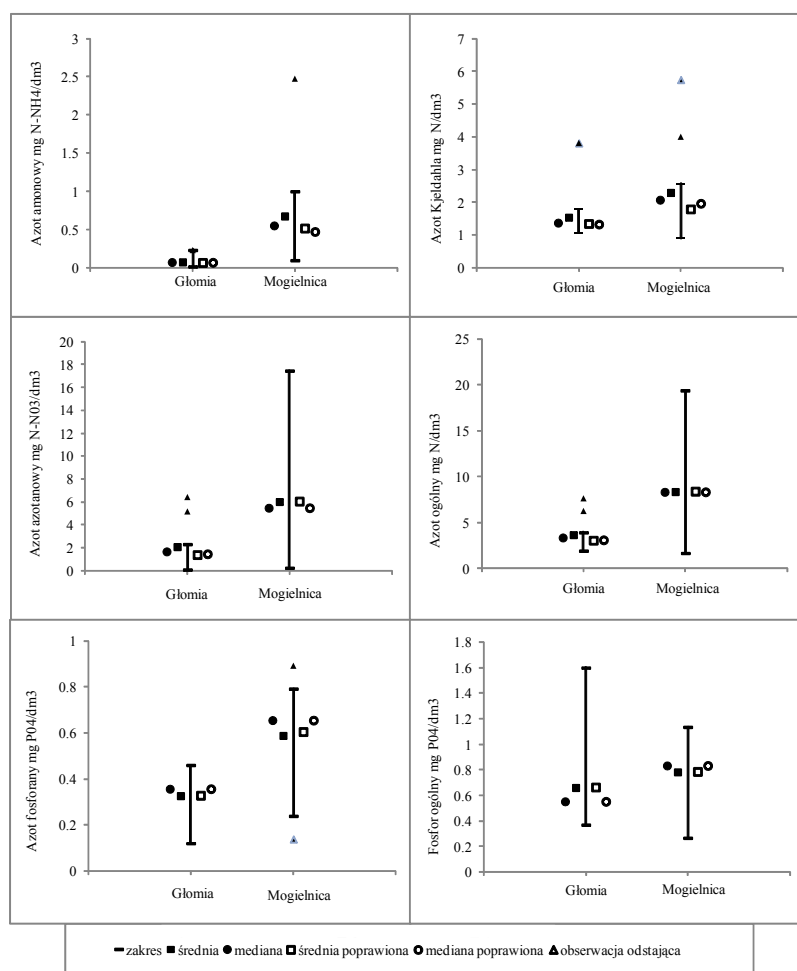
W tabeli 4 oraz 5 przez x oznaczono przypadki w których testy nie wykazały wystąpienia obserwacji nietypowych. Przez a i b oznaczono obliczone wartości średnich i median po usunięciu jednej (a) bądź dwóch (b) obserwacji nietypowych.

**Tabela 5.** Wartości średnie i mediany parametrów chemicznych wód rzeki Mogielnicy z uwzględnieniem wyników testowania obserwacji nietypowych.  
**Table 5.** Mean and median values of water chemical parameters of the river Mogielnica with the results of testing of outlier observations

Test	Tendencja centralna	Azot amonowy mg N <sub>NH4</sub> ·dm <sup>-3</sup>	Azot Kjeldahla mg N·dm <sup>-3</sup>	Azot azotanowy mg N <sub>N03</sub> ·dm <sup>-3</sup>	Azot ogólny Mg N·dm <sup>-3</sup>	Fosfor reaktywny mg PO4·dm <sup>-3</sup>	Fosfor ogólny mg PO4·dm <sup>-3</sup>
Próba zerowa	średnia	0,677	2,297	6,036	8,372	0,589	0,784
	mediana	0,549	2,065	5,458	8,297	0,654	0,830
Test Grubbsa	średnia	0,514(a)	1,782(b)	x	x	x	x
	mediana	0,496(a)	1,955(b)	x	x	x	x
Test Dixona	średnia	0,514(a)	x	x	x	x	x
	mediana	0,496(a)	x	x	x	x	x
Test Hampela	średnia	0,514(a)	1,984(a)	x	x	0,561(a)	x
	mediana	0,496(a)	2,050(a)	x	x	0,649(a)	x
Test kwartylowy	średnia	0,514(a)	1,782(b)	x	x	0,604(b)	x
	mediana	0,496(a)	1,955(b)	x	x	0,654(b)	x



Usunięcie wartości odstających ma większy wpływ na zmianę wartości średniej niż na zmianę wartości mediany (rys. 1). Różny stopień reakcji średniej i mediany na odrzucenie wartości wpływowych zaobserwowano najwyraźniej w przypadku azotu amonowego i azotu Kjeldahla na rzece Mogielnicy. Odrzucenie tych wartości spowodowało znacznie większe obniżenie wartości średnich niż median. Takie walory mediany w analizie danych ekologicznych były wykazywane w ekosystemach wodnych [Szoszkiewicz K., i in., 2010; Schnitzler A., i in., 1996] oraz lądowych [Poorter H., Garnier E., 1999].



**Rysunek 1.** Różnice w szacowaniach wartości centralnych (mediana, średnia) z wykazaniem wpływu wartości nietypowych.

**Figure 1.** The differences in estimating the central value (median, mean) with an indication of the impact of outliers

Badania wykazały, że obserwacje nietypowe pojawiają się przez cały rok (we wszystkich niemal miesiącach). Co więcej zmienność parametrów hydrochemicznych była wyższa w mniej zdegradowanej Głomi niż w Mogielnicy. W rzekach czystych zakres zmienności stężenia związków chemicznych jest mniejszy i wartości odstające mają potencjalnie większy wpływ na szacowanie wartości centralnych [Carpenter S. R., Brock W., A, 2006].

### **WNIOSKI**

1. Odrzucenie wartości nietypowych znacząco wpływa na wartości centralnych tendencji w szczególności w odniesieniu do wartości średniej.
2. W badaniach ekologicznych, w przypadku gdy nie odrzuca się wartości nietypowych, to wskazane jest zastosowanie mediany jako wartości centralnej.

### **BIBLIOGRAFIA**

- Carbiener R., Trémolières M., Mercier J.L., Ortscheit A. (1990). Aquatic macrophyte communities as bioindicators of eutrophication in calcareous oligosaprobe stream waters (Upper Rhine plain, Alsace). *Vegetatio*, 86, s.71-88.
- Carpenter S.R., Brock W.A. (2006). Rising variance: a leading indicator of ecological transition. *Ecology Letters*, 9 (3), s. 311-318.
- Chatterjee S., Hadi A. S. (1988). *Sensitivity analysis in linear regression*. Wiley and Sons, New York.
- Chromiński K., Tkacz M. (2010). Comparison of outlier detection methods in biometrical data. *Journal of Medical Informatics and Technologies*, 16, s. 89-94.
- Dixon, W. J. (1950). Analysis of extreme values. *Annals of Mathematical Statistics*, 21, s. 488-506.
- Grubbs F. (1969). Procedures for detecting outlying observations in samples. *Technometrics*, 11, s.1-21.
- Hampel, F. R., Ronchetti, E. M., Rousseeuw, P. J. and Stahel, W. A. (1986). *Robust Statistics. The Approach Based on Influence Functions*. Wiley and Sons, New York.
- Poorter, H., Garnier, E. (1999). The ecological significance of variation in relative growth rate and its components. In: Pugnaire FI & Valladares F (eds). *Handbook of Plant Functional Ecology*. Marcel Dekker, New York, s. 81-120.
- Schnitzler A., Eglin I., Robach F., Tremoueres M. (1996). Response of aquatic macrophyte communities to levels of P and N nutrients in an old swamp of the upper Rhine plain (Eastern France). *Ecologie*, 27, s. 51-61.
- Szoszkiewicz K., Kayzer D., Staniszewski R., Dawson F. H. (2010). Measures of central tendency of aquatic habitat parameters: application to river macrophyte communities. *Polish Journal of Ecology*, 58(3), s. 595-608.
- Zbierska J., Murat-Błażejewska S., Szoszkiewicz K., Ławniczak A. (2002). *Bilans biogenów w agroekosystemach Wielkopolski w aspekcie ochrony wód na przykładzie zlewni Samicy Stęszewskiej*, Wydawnictwo Akademii Rolniczej im. Augusta Cieszkowskiego w Poznaniu, Poznań, 133s.
- Verma, S. P., Quiroz-Ruiz A. (2006). Critical values for six Dixon tests for outliers in normal samples up to sizes 100 and applications in science and engineering. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 23(2), s.133-161.

Anna Budka, Dariusz Kayzer  
Katedra Metod Matematycznych I Statystycznych  
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu, ul. Wojska Polskiego 28  
60-637 Poznań, budka@up.poznan.pl, dkayzer@up.poznan.pl

Krzysztof Szoszkiewicz  
Katedra Ekologii i Ochrony Środowiska,  
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu, ul. Piatkowska 94c  
60-649 Poznań, kszoszk@up.poznan.pl

Karol Pietruczuk  
Wojewódzki Inspektorat Ochrony Środowiska, ul. Czarna Rola 4,  
61-625 Poznań, karolpietruczuk@op.pl